

HACIA LA LÓGICA PLÁSTICA: EMERGENCIA DE LA LÓGICA DEL RAZONAMIENTO VISUAL

FRANCISCO SALTO ALEMANY

Departamento de Filosofía y Lógica y Filosofía de la Ciencia
Universidad de Salamanca
Campus Miguel de Unamuno, Edificio FES
37071 Salamanca
salto@gugu.usal.es

Se presenta, define y aplica una red de conceptos tendente a elucidar la noción de consecuencia lógica sobre cuerpos de información no verbalmente codificada. Los problemas y nociones fundacionales de lógicas diagramáticas se discuten críticamente y se generalizan a patrones de razonamiento plástico.

Palabras clave: consecuencia lógica, información, lógica diagramática, lógica plástica, razonamiento visual.

This paper defines and deploys a conceptual framework aiming at the elucidation of logical consequence operations on visual information. Foundational problems and notions of diagrammatical logics are critically assessed and conclusions are generalized to plastic reasoning patterns.

Key-words: diagrammatic logics, information, logical consequence, plastic logic, visual reasoning.

1. Introducción

Este trabajo pretende (a) presentar y revisar sucintamente el estado de la cuestión que atañe a la formalización lógica de razonamientos visuales, a la vez que pretende (b) aportar una somera elucidación filosófica de algunos de los resbaladizos fundamentos de esta disciplina emergente. Tras una breve presentación de antecedentes de la cuestión (apartado 2), se proponen algunas nociones filosóficas tendentes a elucidar sus fundamentos (apartados 3 y 4). A continuación, se presentan algunos de los principales resultados lógicos y metalógicos (apartado 5), que se discuten con indicación de algunos problemas abiertos (apartado 6). Se incluye finalmente una bibliografía razonablemente exhaustiva sobre lógicas diagramáticas.

Contextos XVI/31-32, 1998 (págs. 281-296)

2. Apunte de antecedentes

Aunque inferir supone manipular información, la lógica como teoría de la inferencia se ha constreñido al estudio de inferencias deductivas sobre contenidos proposicionales de información codificada lingüísticamente. Siendo así que entidades y sucesos de muy distinto tipo pueden portar información que no siempre está codificada mediante un lenguaje convencional, ni es necesariamente de carácter proposicional, es previsible que la lógica, en aras de lograr una teoría general de la manipulación canónica de información, supere en el futuro las mencionadas constricciones. Esta no es una previsión en el vacío, ya que se dan las condiciones siguientes:

1. Diversos organismos inteligentes poseen estrategias inferenciales para procesar información plástica en general e información visual en particular.
2. Programas de investigación en curso en inteligencia artificial muestran cómo algunas de tales estrategias son reproducibles mediante rutinas o procedimientos automáticos sin necesidad de transcribir lingüísticamente la información visual. Además de haberse desarrollado modelos computacionales para la simulación simbólica de imagería mental basados en la codificación digital de imágenes, existen modelos, arquitecturas, diseños y programas basados en la visualización “directa” de algoritmos (cuya descripción no es el objetivo de este escrito).
3. Desde un punto de vista lógico es aún más relevante el hecho que imágenes puedan ser el soporte de inferencias que, informalmente, se consideran deductivamente válidas, como avala el campo de la demostración automática de teoremas, donde se diseñan sistemas expertos capaces de razonar automáticamente mediante imágenes, gráficos o diagramas de diverso tipo. Teoremas conjuntistas importantes (como el Lema de Bernstein) que no son demostrables computacionalmente de manera simbólica o analítica en tiempo real, resultan serlo mediante programas de razonamiento visual (como GROVER [12]).

De manera que el estudio de sistemas formales capaces de codificar sistemáticamente inferencias visuales surge de modo natural al reconocer que las capacidades inferenciales humanas no se reducen al procesamiento de información codificada lingüísticamente de modo convencional y al reconocer al mismo tiempo que tales inferencias visuales son canonizables o que es posible encontrar algún tipo de disciplina lógica en ellas.

Ahora bien, debido a que la llamada “lógica visual” ([14]) surge de necesidades prácticas en inteligencia artificial y debido acaso a su inmadurez, ha sido escasa y poco rigurosa la atención prestada a los fundamentos conceptuales de la propia relación de consecuencia lógica que se pretende capturar. Ante todo, en lugar de asumirlo llanamente, debe esclarecerse en qué sentido las inferencias visuales pueden considerarse razonamientos deductivos, y en qué sentido pueden ser lógicamente válidos.

3. ¿Son razonamientos los razonamientos visuales?

Es un hecho patente que prácticas inferenciales que implican el procesamiento de información visual son componentes imprescindibles de muchas conductas inteligentes en general, y de conductas y mecanismos resolutivos de problemas en particular. Es obvio que existen *inferencias* visuales, pero no lo es que estas inferencias sean -o incluso puedan ser- *razonamientos* deductivamente válidos. Por razonamiento visual entiendo cualquier actividad mental, neuronal o mecánica capaz de generar información disciplinadamente a partir de cuerpos de información visual, de acuerdo a patrones o reglas a los que haya asociados criterios lógicos, computacionales o heurísticos de validez. Como ocurre con el concepto estándar de razonamiento, la noción de razonamiento visual es patentemente vaga. Pero aquí la cuestión es más bien determinar en qué sentido la noción misma de razonamiento visual *deductivamente válido* es siquiera inteligible. La dificultad es la siguiente: está profundamente arraigada la convicción de que razonar es una actividad lingüística o que al menos supone la manipulación de información lingüísticamente codificada. Sin embargo, la información visual no está codificada lingüísticamente - al menos no lo está de manera convencional o verbal. Por otra parte, no cualquier secuencia de expresiones verbales de un lenguaje natural o formal soporta inferencias deductivamente válidas: sólo lo hacen oraciones o secuencias sintácticamente bien formadas capaces de representar proposiciones o enunciados. Si razonar deductivamente supone manipular información codificada oracionalmente, entonces no cabe reconocer razonamientos deductivos válidos en inferencias visuales, ya que la información visual no está oracionalmente codificada. Una segunda dificultad atañe no al modo de codificación de la información visual, cuanto al propio contenido informacional. Existe la convicción generalizada que razonar implica procesar información de carácter proposicio-

nal (precisamente la que se codifica de manera óptima mediante oraciones). En palabras de cierto texto clásico de ciencia cognitiva, se considera una obviedad que “los seres humanos razonan deductivamente en la medida en que tienen reglas internas de inferencia que operan sobre representaciones proposicionales”. Sin embargo, carecemos de un conjunto de reglas sintácticas precisas para adscribir unívocamente contenidos proposicionales a cuerpos visuales de información. Ni siquiera tenemos la seguridad de que a toda visualización correspondan contenidos propiamente proposicionales. De hecho, una parte del atractivo que tiene el estudio de la automatización de las inferencias visuales consiste en poder obviar la inmensa complejidad computacional que entraña manejar cognitivamente el contenido digital de imágenes. La efectividad de las inferencias visuales radica en la posibilidad de procesar representaciones puramente plásticas o analógicas de propiedades, en ocasiones, gestaltistas, a las que no es obvio correspondan contenidos proposicionales. En esta sección ofrecemos un diagnóstico de estas dificultades, argumentando que están en último término infundadas: no existen razones que a priori impidan reconocer razonamientos deductivos válidos en determinadas inferencias visuales.

Ocurre que en lógica y en IA resulta a menudo conveniente identificar funcionalmente los *razonamientos* (que son sucesos en el espacio-tiempo) con los *argumentos* que representan lingüísticamente la información involucrada en tales razonamientos. Siendo los argumentos -por definición- secuencias finitas de oraciones de algún lenguaje, se identifica, en la práctica, el razonamiento con la información oracionalmente codificada que manipula. Por supuesto, los argumentos subrogan los razonamientos con un éxito indudable en una inmensa cantidad de casos. El lenguaje convencional es un medio óptimo para razonar -esto no está en cuestión. Pero ni la existencia ni el éxito de esta subrogación implica que debamos identificar razonamientos con argumentos, como a la postre tampoco implica que sólo información codificada oracionalmente sea procesable de manera deductiva. Introduzco ahora el concepto de *codificación plástica* para justificar la posibilidad de que inferencias no oracionales se consideren deductivamente válidas. Para empezar, sabemos que razonar supone manipular información y ésta exige ser codificada para realizarse en cualquier soporte. Por lo tanto, la sola existencia de inferencias visuales nos asegura que existen propiedades físicas capaces de soportar información codificada no verbalmente.

Esto reduce el problema a determinar si es posible (a) reconocer una organización sintáctica rigurosa en determinadas representaciones plásticas y (b) definir reglas sintácticas para construir secuencias de representaciones plásticas que merezcan ser consideradas deducciones.

Entiendo que lo peculiar de la información plástica es que está literalmente inscrita en objetos y sucesos físicos, a diferencia de la información verbal, que no está inscrita sino -si se me permite el juego de palabras- transcrita en sistemas de interpretaciones convencionales de lenguajes verbales cualesquiera. Pues bien, desde un punto de vista formal, codificar es definir una función matemática que asigne unívocamente elementos de un conjunto a cuerpos de información. Podemos expresar formalmente la inscripcionalidad de la información plástica mediante una función de codificación cuyos valores no sean códigos verbales, sino regiones del espacio (bidimensional en el caso de los diagramas). El resultado es, desde un punto de vista formal, ya una codificación “plástica”. Pero no nos basta con definir una función abstracta. El sentido de codificar es permitir representar información de modo que ésta sea procesable (eventualmente programable, almacenable, manipulable). Codificar es, en último término, transcribir en un lenguaje procesable. Ahora bien, no todo lenguaje es un lenguaje verbal. Codificar plásticamente es transcribir en un lenguaje gráfico. Mientras que la sintaxis de lenguajes verbales (formales o naturales) define reglas para la formación de expresiones bien formadas, que son en general cadenas lineales o unidimensionales finitas resultado de yuxtaponer sucesivamente ocurrencias de símbolos del lenguaje, igualmente la sintaxis de lenguajes gráficos define reglas para la formación de expresiones bien formadas, que no son en general secuencias lineales o unidimensionales, sino, como ocurre en el caso de los diagramas, bidimensionales. Las expresiones bien formadas de un lenguaje gráfico son el resultado de finitas operaciones de traslación, introducción o eliminación de expresiones primitivas. Eventualmente, como en el caso de los lenguajes verbales formales, si el lenguaje gráfico es suficientemente simple, las reglas de su sintaxis para la formación de expresiones bien formadas serán recursivas. Por otra parte, razonar deductivamente supone la ejecución de reglas para la manipulación canónica de expresiones bien formadas. En el caso de los lenguajes verbales, el resultado son secuencias finitas de secuencias de expresiones. Naturalmente, en lenguajes gráficos, las deducciones son secuencias de gráficos resultado de

eliminar o introducir expresiones gráficas sintácticamente bien formadas. Las reglas deductivas para la manipulación de lenguajes gráficos pueden ser, por los mismos motivos que lo son muchas de las reglas para lenguajes verbales, recursivas o computables.

Es por tanto posible procesar deductivamente información plásticamente codificada, al menos por lo que se refiere al proceso puramente formal de ejecución de reglas sintácticas de inferencia canónica. Sin embargo, entiendo que aún no está completamente superada la dificultad antes planteada con la no oracionalidad de la información plástica. Se ha mostrado que es posible formar secuencias sintácticamente regladas de expresiones bien formadas, pero para que merezcan ser consideradas *deducciones*, hemos de aportar además para ellas criterios de *validez*.

4. Pruebas visuales

Consideremos las cosas desde un punto de vista menos abstracto. Nuestra especie razona en la práctica a menudo sobre representaciones visuales y algunos de tales razonamientos se consideran informalmente válidos. Incluso hay inferencias visuales que se consideran -también informalmente- como razonamientos no sólo válidos sino óptimos: pruebas. Se trata de “pruebas” en la acepción no técnica de la palabra: estrategias que transmiten cierta evidencia para creer fundadamente. El aprendizaje, la enseñanza y la investigación en disciplinas matemáticas están repletos de tales inferencias. La inspección de dibujos e imágenes de todo tipo aporta en ocasiones no sólo ilustraciones pedagógicas (o “autopedagógicas” en el curso de una investigación), sino también genuinas elucidaciones conceptuales y, en el sentido indicado, literalmente, pruebas. Una inmensa colección de buenos ejemplos se pueden encontrar en las secciones de “Pruebas sin palabras” que ofrecen regularmente varias revistas matemáticas técnicas. Naturalmente, no se trata de pruebas en la acepción logicista de la palabra “prueba” (secuencias finitas de oraciones resultado de finitas aplicaciones de un cálculo deductivo). Pero insisto en que son, en castellano no filosófico, literalmente pruebas.

El valor y alcance epistemológico de algunas de estas “pruebas”, más allá de su evidente valor heurístico, es una cuestión abierta de profundas implicaciones en la epistemología de las matemáticas contemporáneas. Bien es cierto que aunque a lo largo de la historia de las distintas discipli-

nas matemáticas las pruebas visuales fueron un procedimiento demostrativo aceptado (no sólo en geometría, por cierto, sino también en análisis real e incluso en teoría de números), en la actualidad, y en especial tras el desarrollo axiomático de teorías matemáticas desde extensiones de la teoría de conjuntos, tales pruebas se consideran generalmente por las comunidades científica y filosófica como meros instrumentos heurísticos carentes de validez demostrativa de carácter lógico. De hecho, precisamente una de las motivaciones principales de la emergencia de lógicas diagramáticas es la reivindicación del carácter probatorio de algunas de estos razonamientos visuales. Este es un hecho significativo, pues con ello la historia de la lógica a lo largo del siglo XX cierra un círculo que comenzó con el rechazo sistemático de inferencias visuales, intuitivas o geométricas -consideradas carentes de rigor-, en un intento de formalizar un lenguaje artificial y mediante un conjunto finitario de reglas de inferencia todos los razonamientos matemáticos. Aunque con poca influencia real sobre la práctica matemática, el desarrollo de la lógica matemática sí ha determinado cierta concepción filosófica de la matemática como actividad básicamente lingüística consistente en la manipulación lógica de interpretaciones pretendidas de distintos lenguajes formales convencionales. La existencia de teorías lógicas que eventualmente avalen la validez de pruebas visuales pone en cuestión esta concepción y de ahí el profundo alcance epistemológico que antes indicábamos.

¿En qué consiste exactamente la falta de rigor en las demostraciones visuales? Esta es una pregunta que no ha sido -por lo que se me alcanza- respondida nunca a su vez con el debido rigor. Demasiado a menudo la cuestión se zanja indicando cómo algunos razonamientos visuales son en realidad pruebas falaces. Esto no puede satisfacernos, por cuanto igualmente hay razonamientos lingüísticos convencionales que resultan ser falaces. Necesitaríamos se mostrase que los razonamientos plásticos son sistemáticamente falaces. El argumento que viene a negar validez deductiva a razonamientos visuales que informalmente sí se consideran pruebas es esquemáticamente el siguiente: la inspección de una imagen es, en el mejor de los casos, constatación o justificación visual de un caso particular, de manera que la conclusión de tales inferencias sólo falazmente puede ser un enunciado general. Las imágenes son sucesos particulares en el espacio que sin duda portan información, pero ésta, al estar inscrita en tal suceso parti-

cular, no es transcribible a sucesos diferentes: la información visual no es generalizable por cuanto no aporta enunciados generales ni expresa o contiene literalmente proposiciones. Analicemos esto. Ciertamente, las ocurrencias de imágenes, como las preferencias de símbolos de un lenguaje verbal, son sucesos particulares. También es cierto que en general carecemos de un sistema de convenciones explícitas para manipular imágenes-tipo, mientras que un lenguaje verbal aporta precisamente tales convenciones para manipular los símbolos-tipo de los que consta. Pero todo lo que de aquí se deduce es que la información plástica que portan las imágenes no está codificada oracionalmente. Como es natural, de las inferencias visuales no se deducen *directamente* enunciados en absoluto, y por tanto no se deducen enunciados generales. Pero sólo mediante una petición de principio podemos concluir de este hecho que la información extraída de tales inferencias visuales no es generalizable. Así que el argumento que analizamos se limita a repudiar como no rigurosas las “pruebas” visuales simplemente porque no son argumentos lingüísticos convencionales, sin aportar una razón independiente para su falta de generalidad. El argumento no muestra, sino meramente supone, que sólo mediante oraciones pueden expresarse proposiciones.

Ahora conviene hacer notar que hay un tipo particular de pruebas plásticas que a menudo consisten en la obtención de imágenes y que no sólo están reconocidas generalizadamente como válidas, sino incluso como pruebas epistémicamente modélicas. Me refiero a las llamadas pruebas constructivas. Se trata (en muchas ocasiones) de inferencias visuales a las que se dotan de instrucciones textuales o implícitas para construir imágenes arbitrarias con las condiciones debidas. Como es sabido, las pruebas constructivas no coinciden con las inferencias analíticas de la lógica clásica (los sistemas formales que pretenden capturar sistemáticamente las pruebas constructivas son lógicas intuicionistas o constructivas que restringen la lógica proposicional y cuantificacional clásica). Por otra parte, aunque las pruebas constructivas no son idénticas a secuencias de oraciones, sin embargo sus conclusiones sí son genuinamente generales y establecen a su vez genuinas proposiciones.

De hecho no existen -en mi opinión- razones para pensar que sólo oraciones de algún lenguaje verbal pueden codificar información proposicional. Ciertamente es que un ítem particular de información visual específica no es ge-

neralizable al modo como lo es el contenido de una oración. La generalización se produce en las inferencias visuales por analogía, explotando las semejanzas plásticas entre imágenes diferentes. Desde luego, la analogía es un proceso cognitivo e inferencial fundamental para la adquisición de conocimiento y el aprendizaje, pero no se considera, en general, un procedimiento inferencial lógicamente válido. Acaso éste sea el origen último del escepticismo general en relación a la validez lógica de las inferencias visuales. Sin embargo, por una parte, (a) existen razones para pensar que modelos computacionales abstractos pueden representar con cierto éxito determinadas inferencias analógicas ([11],[12]), y por otra parte (b) existen contextos gráficos en los que es posible definir rigurosamente parámetros de analogía de manera tal que la semejanza entre imágenes sea una propiedad matemáticamente manejable y definible en términos de morfismos entre conjuntos. Cuando los parámetros de analogía están definidos y se cuenta con instrucciones para la reproducción arbitraria de imágenes, no hay razón aparente para negar validez lógica a inferencias visuales. Como las pruebas en un lenguaje verbal convencional (formal o natural) son en la práctica susceptibles de errores y falacias, así también las pruebas en lenguajes gráficos.

Estas consideraciones no demuestran que (algunas) inferencias visuales son deductiva o lógicamente válidas. En último término las verdades acerca de las distintas lógicas no son en general ellas mismas verdades lógicas, y esto es así tanto en relación a sistemas formales definidos sobre lenguajes verbales convencionales como a sistemas formales definidos sobre lenguajes gráficos o plásticos. Sí cabe requerir al menos, ante la existencia de errores y falacias en razonamientos, contar con procedimientos lógicos y, en su caso, algorítmicos, para determinar rigurosamente cuándo una secuencia de símbolos verbales o gráficos es o no una deducción válida. Pues bien, al menos este requisito es satisfecho con cierto éxito por las lógicas diagramáticas que se han desarrollado en los últimos años, y que pasamos a analizar someramente

5. Teoremas de Shin-Hammer

La búsqueda de representaciones gráficas de patrones de inferencia deductiva se remonta a los comienzos de la lógica moderna (Peirce [2], Venn [3]) y aún más atrás (Euler [1]). Abandonadas durante años estas investiga-

ciones en favor de representaciones lingüísticas convencionales (algebraicas o verbales), las recientes obras de Sun-Joo Shin y Eric Hammer nos ofrecen las primeras definiciones completas y rigurosas de sistemas formales de lógica diagramática. El hecho que partiendo de ideas y conceptos poco elaborados, y empleando técnicas formales poco novedosas y bien conocidas, sin embargo ambos autores obtengan resultados que se pueden considerar notables, es un hecho que no sé si considerar alentador o más bien todo lo contrario. Como quiera que sea, Shin y Hammer han construido sistemas formales que reproducen conjuntos de razonamientos deductivamente válidos representados mediante diversos tipos de diagramas: diagramas de Venn, diagramas de Euler, de Peirce, digrafos y diagramas heterogéneos -que son gráficos que incluyen texto-. Los sistemas formales contienen cálculos deductivos para cada uno de tales tipos de diagramas, y Shin y Hammer definen una semántica modelo teórica análoga a la estándar adecuada para tales sistemas y demuestran que los cálculos deductivos que construyen son completos en relación a tal semántica. Es presumible que sus técnicas y algunos de sus resultados sean extensibles a otros tipos de gráficos, como los diagramas de circuitos, diagramas de diseño computacional, los diagramas de estado y los grafos temporales (aunque el estado publicado de la investigación es aún muy preliminar, ver [10], [11]).

Considerando la obra de Shin y Hammer en su conjunto como una sola gran obra (cuando en realidad se trata de una amplia colección de obras desde mediados de los 90, algunas de ellas repeticiones cacofónicas de otras) distinguimos el esquema siguiente: 1- definición de una sintaxis precisa para los diagramas, una sintaxis que responde a los cánones estándar de rigor para lenguajes formales y que por otra parte optimiza la efectividad del medio gráfico. 2- Definición de una semántica adecuada para tales sistemas sintácticos. Las propuestas por Shin y Hammer son el resultado de aplicar los conceptos habituales de teoría de modelos a los diagramas ya sintácticamente definidos. 3- Elaboración para cada lenguaje diagramático de una teoría de pruebas y un cálculo deductivo que estipula reglas de inferencia para manipular sintácticamente cada tipo de diagramas. 4- Definición de relaciones de consecuencia lógica (clásica) en aplicación de la semántica modelista adecuada para cada lenguaje diagramático. 5- Demostración de resultados metalógicos de corrección, consistencia, completud y decidibilidad. A continuación exponemos someramente cómo se realizan

estos objetivos en el caso ejemplar de los diagramas de Venn, que es sin duda el tipo de diagrama mejor conocido desde un punto de vista lógico. Se ha omitido la inclusión de diagramas en la exposición, ya que una mínima precisión requeriría de una notable cantidad de espacio. En los ítems [9] y [6] de la bibliografía adjunta encontrará el lector interesado fácil acceso a los detalles de los diagramas.

1. Las nociones primitivas de la sintaxis para los diagramas de Venn tal y como fueron propuestas por Shin ([6]) son las siguientes: curvas cerradas (que expresan conjuntos), rectángulos (expresan universos de cuantificación), sombreado (si un conjunto es vacío, la región que lo representa está sombreada), el símbolo x (se inscribe en curvas no sombreadas para indicar algún elemento de cada conjunto no vacío), líneas que conectan esos elementos formando cadenas (si un conjunto está representado por más de una región, una línea conecta alguno de los elementos de cada una de las regiones), etiquetas $A, B, C, \dots$ para las curvas. Un diagrama bien formado es un rectángulo con alguna cantidad finita de curvas cerradas. El concepto básico de esta sintaxis es el de región, siendo una región básica todo el área que ocupa un rectángulo o bien la que ocupa una línea cerrada. Cualquier región puede bien estar sombreada o bien contener algún elemento. Se definen además restricciones sobre el entrecruzamiento entre curvas para evitar ambigüedades y redundancias.

2. La semántica consiste en la definición de una función de asignación (interpretación) que asigna un conjunto (universo de discurso) al rectángulo de un diagrama dado; y subconjuntos de ese universo a las curvas cerradas dibujadas en el rectángulo. Una interpretación satisface un diagrama D si y sólo si satisface todos los hechos que D representa, esto es, básicamente, si a cada región sombreada se le asigna el conjunto vacío y a cualquier región con cadenas de x se le asigna un conjunto no vacío. Por otra parte, la representación diagramática de modelos cuenta, frente a su caracterización puramente algebraica, con la ventaja de poder ofrecer eventualmente una representación isomórfica del propio modelo.

Cuando se trabaja con varios diagramas, ocurre que podemos necesitar emplear distintas curvas cerradas para representar uno y el mismo conjunto. Para permitir esto, Shin introduce en la sintaxis una relación de equivalencia entre curvas cerradas, llamada “relación de contrapartida”. Como es natural, cualquier interpretación asigna a todas las contrapartidas de una

curva cerrada un mismo conjunto. En consecuencia, la relación de contrapartida permite individuar -hasta el isomorfismo- curvas cerradas arbitrarias.

3. Una derivación de un diagrama a partir de otro diagrama es cualquier secuencia finita de diagramas tal que cada n -ésimo elemento de la secuencia proviene de hacer alguna de las siguientes operaciones sobre diagramas anteriores:

- eliminación de objeto diagramático
- eliminación de un fragmento de una línea o cadena que conecte elementos diagramáticos
- introducción de símbolos x
- introducción de regiones básicas

A modo de reglas estructurales se añade una regla equivalente a *Ex Contradictione Quodlibet* que permite deducir cualquier diagrama de un diagrama inconsistente (regla de información en conflicto) y una regla que permite combinar dos diagramas en uno (regla de unificación de diagramas), que es la versión diagramática de la regla que permite deducir $(A \text{ y } B)$ de las premisas A, B .

4,5. Un diagrama D es consecuencia lógica de un conjunto Γ de diagramas syss toda asignación que satisface a todos los miembros de Γ , satisface también a D . Shin demuestra ([6]) que las reglas de inferencia preservan la relación de consecuencia lógica respecto de conjuntos finitos de fórmulas y viceversa: si D es consecuencia lógica de Γ (siendo Γ finito), entonces puede ser derivada de G mediante un número finito de aplicaciones de las reglas de inferencia. Shin solventa las dificultades que encuentra para establecer la completud del cálculo deductivo al trabajar primero sobre una restricción (que llama Venn I) para el que demuestra la completud finita. La prueba de completud del cálculo deductivo más potente (Venn II), incluso para conjuntos infinitos de diagramas, es obra de Hammer y Danner ([8],[9]). Por otra parte, la decidibilidad de los cálculos deductivos (y de las propiedades de satisfacibilidad, insatisfacibilidad y validez) es ya un corolario de la prueba constructiva que Shin ofrece de la completud finita de ambos cálculos deductivos. Aunque demuestran la existencia de procedi-

mientos finitos de decisión, Shin y Hammer no aportan un algoritmo específico.

Una peculiaridad notable de la lógica de Shin-Hammer para los diagramas de Venn es la siguiente. Supuesto que una clase Λ de modelos es definible syss hay algún diagrama D tal que todos y sólo los modelos de Λ satisfacen D , Hammer demuestra ([9]) que las clases definibles de modelos no están cerradas bajo unión conjuntista ni bajo complementación conjuntista. Ello implica que la negación clásica no es definible en el sistema.

6. Discusión y problemas abiertos

Tal vez la principal conclusión que puede extraerse del estado publicado actual de la cuestión por lo que atañe a lógicas diagramáticas es la siguiente: gran parte de los razonamientos clásicamente válidos con predicados monádicos es representable gráfica o plásticamente. Si comparamos los sistemas de lógica diagramática con la lógica clásica estándar, comprobaremos que aquellos son equivalentes deductivamente a subsistemas de ésta, ya que contienen reglas de inferencia que reproducen el cálculo clásico monádico positivo de predicados. Sin embargo, esta afirmación no deja de ser una constatación intuitiva, ya que para una prueba rigurosa de la equivalencia deductiva entre ambos sistemas necesitaríamos un procedimiento para comparar rigurosamente enunciados u oraciones con diagramas. Ello implicaría ingeniar una “metacodificación” que permitiese acceder a y transcribir información en cualquier formato (gráfico o verbal).

La conclusión positiva que acabamos de enunciar indica también la carencia más inmediata de las lógicas diagramáticas actuales, que es su incapacidad para representar teoremas del cálculo clásico de predicados poliádicos. Esta es incluso una limitación expresiva de los propios lenguajes diagramáticos tal y como son definidos por Shin y Hammer.

Por otra parte, estos lenguajes diagramáticos optimizan la capacidad expresiva de la que disponen y ello provoca que se pierda efectividad visual. Me refiero por una parte a la dificultad puramente práctica para comprender y construir diagramas con cinco o más curvas, y en especial la dificultad para verificar la aplicación correcta de las distintas reglas de construcción de pruebas. En este sentido, los diagramas de Euler, aun siendo considerablemente menos expresivos, resultan más manipulables. El problema de la efectividad visual de los razonamientos diagramáticos no es sólo un problema práctico. A la hora de determinar la complejidad computacional de los distintos sistemas (alguna de las cuales es no polinomial) es necesario contar con las limitaciones topológicas y geométricas del medio. Determinar exactamente qué propiedades topológicas determinan la expresividad y efectividad de un sistema de lógica diagramática es un problema abierto principal, por cuanto de ello depende además la posibilidad de construir sistemas formales capaces de representar inferencias no sólo en dos, sino en tres dimensiones.

Comenzó este escrito indicando la convicción de que la lógica, en el futuro, dejará de limitarse al estudio matemático de lenguajes formales. Confío haber dado algún fundamento a esta convicción en las páginas anteriores. De hecho, y desde un punto de vista filosófico, los principales problemas abiertos que las lógicas diagramáticas dejan planteados son de carácter conceptual y atañen a los fundamentos de la disciplina. En este sentido, las aportaciones conceptuales de la obra de Shin y Hammer son débiles y escasas (en particular, se limitan a entender que los diagramas no son objetos lingüísticos en absoluto, ni abordan la cuestión de la naturaleza de su validez lógica). Sirvan las reflexiones planteadas en las primeras secciones de este escrito como introducción a los problemas conceptuales que dejan abiertos las lógicas diagramáticas y las lógicas espaciales que sin duda las seguirán.

BIBLIOGRAFÍA SELECTA SOBRE LÓGICAS DIAGRAMÁTICAS

No se incluyen en la relación siguiente las obras que no abordan específicamente el estudio de sistemas formales gráficos. En particular, no se incluyen las obras que tratan aspectos cognitivos del pensamiento visual, ni tampoco estudios de lógica espacial que no incluyan sistemas formales lógicos explícitamente definidos, como tampoco estudios de carácter histórico, ni finalmente obras a las que el autor no haya tenido acceso. Los items están ordenados cronológicamente, han sido previamente seleccionados y están -si el tamaño lo permite- a la disposición del lector que no los encuentre escribiendo a salto@gugu.usal.es. Se encontrarán referencias bibliográficas y otras valiosas en la red, website: "Diagrammatic reasoning site".

- [1] L. Euler, *Briefe an Eine Deutsche Prinzessin*, Vieweg und Sohn, 1986
- [2] C. Peirce, *The Collected Papers of C.S. Peirce*, Harvard University Press, 1960
- [3] J. Venn, *Symbolic Logic*, Burt Franklin, 1971
- [4] R. Burch, *A Peircean Reduction Thesis and the Foundations of Topological Logic*, Texas Tech. University Press, 1991
- [5] E. Hammer, "Reasoning with sentences and diagrams", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 35: 73-89 (1994)
- [6] S-J. Shin, *The logical Status of Diagrams*, Cambridge University Press, 1995
- [7] J. Barwise y E. Hammer "Diagrams and the Concept of Logical System", en D. Gabbay(ed.) *What is a Logical System*, Oxford University Press, 1995
- [8] E. Hammer y N. Danner, "Towards a Model Theory of Diagrams", *Journal of Philosophical Logic* 25:463-82 (1996)
- [9] E. Hammer, *Logic and Visual Information*, Stanford CSLI, 1996
- [10] Allwein, Barwise (eds.) *Logical Reasoning with Diagrams*, Oxford University Press, 1996
- [11] Glasgow, Narayanan, Chandrasekaran (eds.) *Diagrammatic reasoning: Cognitive and Computational Perspectives*, AAI Press, 1997
- [12] D. Barker-Plummer y S.C. Bailin, "The role of diagrams in mathematical proofs" *Machine Graphics and Vision* 6: 25-56 (1997)
- [13] O. Lemon y I. Pratt, "Spatial Logic and the complexity of diagrammatic reasoning", *Machine Graphics and Vision* 6:89-108 (1997)
- [14] S-J. Shin y E. Hammer, "Euler's Visual Logic", *History and Philosophy of Logic* 19:1-29 (1998)