TRES ENFOQUES EN LOGICA PARACONSISTENTE (II)*

Lorenzo Peña

Sección 8.- Ventajas en inconvenientes del enfoque relevantista

Lo primero que hay que señalar es que, a diferencia de la lógica de da Costa y de la transitiva, el relevantismo es deductivamente débil: hay deducciones válidas en la lógica clásica y que no lo son, bajo ninguna traducción, en la lógica relevante. Así, el silogismo disyuntivo (p+q , ∿p ⊢q) es admitido tanto por la lógica de da Costa como por la nuestra con tal de que el '∿' se entienda aquí como negación fuerte (en el caso de la lógica transitiva es por lo tanto menester que la lectura sea 'no es verdad en absoluto que'), mientras que es rechazado en la lógica relevante, la cual no conoce sino una única traducción de '∿'; verdad es que esa lógica puede introducir, y a veces lo hacen sus cultivadores, una "disyunción intensional", 'V', tal que "pVq" abrevia a "∿p→q", donde '→' es el condicional relevante -que es intensional, e.d. que es tal que la verdad de "p→q" no depende únicamente de qué valores de verdad tengan o dejen de tener "p" y "q" sino del ya aludido envolvimiento significacional. Así traducido el 'o', resulta que también la lógica relevante valida como regla de deducción el silogismo disyuntivo; sólo que ese functor 'V' no es propiamente una disyunción, pues no vale para él la regla de adición: p ⊢pVq no es una deducción válida en la lógica relevante: de serlo, se tendría en esa lógica una versión válida de la regla "e falso quodlibet" (p ⊢Si no p, entonces q) y, por derivación, de la de Escoto (p , no-p ⊢q), con lo cual el sistema dejaría de ser paraconsistente y relevante; tampoco valen para 'V' las leyes de De Morgan, pues ya no podría introducirse definicionalmente ningún signo '*' que se las diera de ser una conyunción y que se definiera así: "p*q" abrevia a "∿(∿pV∿q)", toda vez que no valen en la lógica relevante, para ese functor definido, ni la regla de adjunción (p , q ⊢p*q) ni la de simplificación (p*q ⊢p). Por todo ello cabe reiterar lo ya señalado: que la lógica relevante no valida el silogismo disyuntivo bajo ninguna traducción (para ninguna disyunción y para ninguna negación). Y, por supuesto, la lógica relevante sacrifica también las reglas puramente positivas de "irrelevancia" como la regla "uerum e quolibet" (p ⊢qCp) etc. ¿Qué ventajas y qué desventajas comporta ese debilitamiento relevantista del poder inferencial de la lógica clásica, debilitamiento que, en cambio, no se produce en los otros dos enfoques paraconsistentes? La principal ventaja es que, gracias a él, la lógica relevante puede admitir como verdaderas, sin tener que recurrir a ningún otro procedimiento, todas las paradojas que aparecen en una teoría semántica y una teoría de conjuntos ingenuas. Esta afirmación tan perentoria merece doble matización: 1) hasta ahora no se ha probado la verdad de la misma pero parece probable que así sea; 2) en todo caso, no cualquier sistema de lógica paraconsistente relevante puede dar ese apetecido resultado, sino tan sólo uno que -como el de Routley- sacrifique la regla de contracción, a saber: $pC.pCq \vdash pCq$, o, más exactamente, su versión relevantística $p\rightarrow.p\rightarrow q \vdash p\rightarrow q$; a no ser por ese sacrificio aparecerían paradojas conducentes a la delicuescencia -*aporías*- como la de Curry-Moh Shaw-Kwei; pero la regla de contracción parece muy correcta de suyo, y el sacrificio de la misma resulta un expediente artificial y *ad hoc*; he aquí una instancia: supongamos que es verdad lo siguiente: si en Somalia se vive mal, entonces es cierto que, si en Somalia se vive mal, el régimen de Mogadishu es impopular; de eso se desprende lo siguiente: Si en Somalia se vive mal, el régimen de Mogadishu es impopular; ¿hay algo erróneo en esa deducción? ¿Acaso que oraciones como la premisa no *suelen* enunciarse? Eso se debe a consideraciones pragmáticas de economía comunicacional -un principio de evitar las redundancias, y justamente eso se explica por la equivalencia entre la premisa y la conclusión: es eso lo que hace que en la premisa haya redundancia, mientras que, si fallara la regla de inferencia en cuestión, habría que buscar *otra* explicación de por qué no se suelen proferir oraciones como la premisa en cuestión-.

Por otro lado, el sacrificio de la regla de contracción lleva parejo el de la regla de autodistributividad del condicional o de la implicación (que, en notación relevantística, sería: $p\rightarrow.q\rightarrow r$, $p\rightarrow q \vdash p\rightarrow r$), puesto que, si la última es válida, también lo será la primera forzosamente, ya que la primera se deriva inmediatamente de la última con el principio de autoimplicación $p\rightarrow p$. Ahora bien, esa regla de autodistributividad es de lo más sensata y útil y no se ve por qué se va a sacrificar, como no sea el sacrificio un expediente *ad hoc* para frustrar la derivación de la regla de contracción y sortear así la paradoja de Curry-Moh Shaw Kwei. Piense el lector en lecturas de instancias de esa regla y trate de encontrar alguna que le parezca errónea o inaceptable. Seguramente llegará a nuestra misma conclusión: que son correctas todas las instancias de esa regla, todas las deducciones que van de dos premisas de la forma "Si p, entonces: q sólo si r" y "Si p, entonces q" a la conclusión "Si p, entonces r".

En cualquier caso, es lo cierto que sistemas con el poder inferencial de la lógica clásica -como el de da Costa y el transitivo- no pueden, sin recurrir a otras barreras, evitar la delicuescencia que producirían todas las aporías que aparecerían: en teoría de conjuntos si se entronizara sin restricciones el principio de separación, a saber "Todo ente, x, pertenece a la clase de elementos tales que p|x| en la medida en que sea verdad que p|x|"; y en la teoría semántica si se admitiera un predicado "Tr", tal que, para cualquier oración, se tuviera Tr('p') ssi p (donde 'p' fuera una oración nombrada por "p"). Es esa ventaja la que airean y pregonan los relevantistas a bombo y platillo, y no les falta razón en considerar que es un tanto a su favor. Pero el tanto no debe ser exagerado. En primer lugar, porque otras lógicas paraconsistentes -en particular la transitiva- pueden reconocer la verdad de las paradojas ingenuas en teoría de conjuntos y en teoría semántica (eso es lo que hace también la lógica relevante) sin empero aceptar como verdades otras paradojas más complicadas, que llamaremos "paradojas perversas" y que sólo surgen precisamente en una teoría complicada elaborada -entre otros fines- para solucionar el problema de las paradojas, por vía de admisión -admisión, justamente, de la verdad de las contradicciones ingenuas-. La diferencia entre contradicciones ingenuas y paradojas perversas es que éstas últimas carecen de atractivo intuitivo: no surgen en modos usuales de hablar porque, por razones pragmáticas, el discurso cotidiano tanto en el habla común como en la culta no se adentra en un terreno en el que se apilan y combinan de maneras complicadas los functores de matiz alético, y sólo adentrándose en tal terreno -que es lo que hace una teoría lógica, que utiliza las muletas de la simbolización- aparecen esas nuevas y más complejas paradojas a las que llamaremos 'perversas'. Luego, aunque una lógica como la transitiva tiene que adoptar alguna otra barrera contra las paradojas perversas -y no le basta con aceptar que hay verdades contradictorias, pues esas contradicciones no pueden ser verdaderas, ya que, al analizarlas, resultan ser supercontradicciones-, eso no quita para que pueda habérselas con las paradojas ingenuas con la misma (o casi la misma) elegancia y soltura que la lógica relevante. Y, en segundo lugar, la ventaja que comentamos de la lógica relevante sobre las otras dos no es tan importante como lo dicen sus fautores. Y ello por varias razones. He aquí una de ellas. Algunos de los procedimientos ideados para evitar las paradojas y que también son aplicables en el marco de la lógica clásica tienen dosis de aceptabilidad e incluso intrínseca plausibilidad y no son meramente puros expedientes *ad hoc* totalmente artificiales y carentes de intuitividad. Lo que sucede es que las paradojas ingenuas también tienen su propia intuitividad, su propio atractivo o plausibilidad pre-teoremáticamente, o sea: para un pensamiento todavía no moldeado por los patrones de una particular teoría de conjuntos o de una particular semántica. Por eso mismo no resulta mal -salvo si, en el análisis de los detalles, se prueba lo contrario- el combinar partes de una teoría ingenua (semántica o de conjuntos) que incluyan el reconocimiento de la verdad de las paradojas ingenuas con procedimientos semejantes a los clásicamente utilizados (p.ej. en teoría de conjuntos la introducción de principios de estratificación y de clases últimas o no-elementos) pero aplicados ahora con mayor flexibilidad y con consecuencias menos empobrecedoras, menos maltusianas. Otra razón por la cual no resulta tan importante, después de todo, la (esperada) ventaja de la lógica relevante de poder aceptar sin restricciones un principio de separación ingenuo en teoría de conjuntos es que la plausibilidad de ese principio le viene de ser un caso particular del principio ingenuo de caracterización, a saber: El ente que es así y asá es así y asá. Ese principio sí conduce, de cabeza, a la delicuescencia de un sistema, pues, para cada fórmula "p", se tendrá como instancia del malhadado principio en cuestión: El ente que p es tal que p; de donde, por la regla de generalización existencial, resultará que hay al menos un ente que p; y con esas reglas y otros principios corrientemente aceptados en el cálculo cuantificacional (como el de que el resultado de prefijar un cuantificador con una variable a una oración en que no haya ocurrencias de tal variable es equivalente a la fórmula que había antes de la prefijación) resultará que es un teorema del sistema en que esté presente ese principio de caracterización "p": cualquier "p"). Los relevantistas son conscientes de eso y rehuyen el principio irrestricto de caracterización. Sí, pero, entonces, ¿cómo justificar el principio ingenuo e irrestricto de separación? Claro, pueden decir que el principio irrestricto de separación puede tener plausibilidad por sí mismo; mas ese argumento es débil: también puede el paraconsistente no relevantista alegar que las paradojas conjuntuales y semánticas ingenuas pueden defenderse y sustentarse sin el principio irrestricto de separación y sin el predicado irrestricto de verdad, ya por su propia plausibilidad, ya porque se desprendan de principios y predicados más débiles que los irrestrictos, pero que son consecuencias necesarias de ellos. (El meollo de nuestro último argumento es que, si el relevantista abandona su posición de que es innegociable la adopción de la teoría ingenua en su integridad y ello por un motivo a priori y teoremáticamente fundamental, si acude a argumentos más de compromiso, de menor aprioridad o fundamentalidad, entonces pierde el mayor tanto que parecía estarse apuntando: el de una posición que se atiene a consideraciones absolutamente básicas y en principio incuestionables -salvo por procedimientos ad hoc que serían tácticas desesperadas.)

Sin embargo, la aludida ventaja de la lógica relevante sobre las otras dos puede tal vez generalizarse: cabe esperar -pero no ha sido probado, eso no- que esa lógica escape a casi todos los resultados de limitación que afectan a las teorías recursivamente axiomatizadas no relevantes, sean clásicas o incluso paraconsistentes; p.ej. el teorema de Gödel, el de Church y otros semejantes. En este punto, el tanto a favor de la lógica relevante sería más elocuente y difícil de impugnar. Pero, de todos modos, podrían también aquí formularse consideraciones parecidas -si bien a lo mejor menos persuasivas en este punto- a las que he hecho más arriba en torno a las paradojas conjuntuales y semánticas. En lo tocante al teorema de Church ni siquiera está claro que sea deseable el fallo del mismo (fallo que significaría la decidibilidad mecánica de los teoremas del cálculo cuantificacional en general y eliminaría así la frontera que separa eso que pomposamente llamamos "inteligencia" o "inteligencia creadora" -capacidad de inventar pruebas sin necesidad de aplicar un procedimiento exhaustivo de ensayo y error- del funcionamiento maquinal o mecánico). Lo más serio de todo es lo tocante al teorema de Gödel y otros similares. Pero no está claro que sean desechables otras soluciones, tal vez a la postre más plausibles, como la de que el lenguaje escogido deba ser sintácticamente abierto, o sea: que la clase de sus fórmulas bien formadas no sea recursiva y que el conjunto de los teoremas de un sistema formulado en tal lenguaje no sea recursivamente numerable -claro está que entonces el sistema ya no es axiomático en el sentido usual de recursivamente axiomatizado-; esta solución puede despedir un desagradable tufo a "límites de la razón" (Ladrière y demás abogados de un cuasi-irracionalismo) pero no tiene por qué verse así: pues al fin y al cabo nada dice que la razón tenga que valerse en todos los campos de la recursividad -y, si acaso, tendríamos aquí una situación de límites del intelecto humano en esa tendencia a agarrarse al asidero de la recursividad, aunque, felizmente, no es invencible: los grandes constructores de sistemas, como Frege, no alcanzaron sus conjuntos de axiomas utilizando métodos recursivos; y el papel de la recursividad ha sido, aunque ciertamente importante, secundario en la historia de las actividades del intelecto humano.

En todo caso, y sea de ello lo que fuere, la lógica relevante paga un precio espantosamente desmesurado por esas ventajas. En primer lugar, y ante todo, está la vulnerabilidad de la lógica relevante al reproche de quedarse sin test alguno de rechazabilidad lógica de una teoría. Clásicamente -e intuicionísticamente también- es rechazable una teoría que contenga, para cierto "p", el par de teoremas "p" y "∿p", pues, por la regla de Escoto, de ese par se sigue cualquier cosa, por absurda que sea -el sistema es delicuescente-. En la lógica de da Costa y en la transitiva sucede lo propio, sólo que con tal de que el '∿' se entienda como negación fuerte (en nuestro sistema, pues, vale la regla: p , Fp $\vdash$q; si bien no vale la regla: p , Np $\vdash$q: es la invalidez de la última lo que hace que sea paraconsistente el sistema). En la lógica relevante no hay nada similar, pues no hay en ella sino una única negación: ningún conjunto finito de teoremas hará a una teoría delicuescente y, por ende, rechazable; y la noción de deducción o inferencia, en su acepción usual, exige que el número de premisas sea en cada caso finito. Cierto es que los relevantistas reconocen tests de inaceptabilidad, como el que en una teoría pueda demostrarse que 0=1, pues entonces se tendrá que sólo hay un número, que es 0, y otros resultados inaceptables. Pero es arbitrario ese reconocimiento, pues no hay una obligatoriedad lógica de rechazar teorías con tales conclusiones, ya que tales teorías no serían delicuescentes -si se toma la lógica relevante como patrón único de consecuencia lógica-. Estamos, pues, con las manos atadas: no cabrán ya demostraciones por reducción al absurdo (una demostración así es la que, constatando que de un conjunto de premisas Γ se deducen conclusiones conjuntamente del todo incompatibles, infiere que ha de rechazarse Γ; no se confunda eso con la validez del mal-llamado principio de *reductio ad absurdum*, que vale más llamar de *abducción*: Si es verdad que la verdad de que p entraña la falsedad de que p, entonces no es verdad que p). Y eso constituye una pérdida grave: ya no se sabrá ante qué tribunal podrán comparecer las teorías para ser admitidas o rechazadas según consideraciones que vengan de la lógica. Es más: ni siquiera según otras consideraciones. Porque supongamos que del conjunto de premisas Γ se desprende la conclusión "r" y que uno considera inaceptable a "r"; por *modus tollens* concluirá que $\sim\Gamma$, lo que significará que una u otra de las oraciones que figuran en Γ es falsa, o sea tal que su respectiva negación es verdadera; pero -ateniéndonos al enfoque relevantista, que carece, y está obligado a carecer, de negación fuerte- eso no acarrea forzosamente el rechazo de esa oración ni, por lo tanto, tampoco de Γ. (Lo acarrería si el sistema reconociera una negación fuerte 'F' tal que, si es afirmable con verdad "Fs", entonces es de rechazar el enunciado "s".) Para argüir a favor de que sí lo acarrea, debe el lógico relevantista, o el teórico que aplique la lógica relevantista, acudir a algún otro argumento o justificación, que no sea el *modus tollens*; y ¿cuál podría ser? No se me ocurre otro, ni los relevantistas me han sacado de dudas.

De esa impotencia de la lógica relevante se deriva esta grave consecuencia: no puede el lógico relevante dar un perfil a sus afirmaciones, decir algo que excluya (totalmente) otra cosa, y que la excluya por principio. A cualquier cosa que afirme su contrincante podrá responder '¡No!' pero, como su 'no' es siempre un mero 'no', nunca negación fuerte o que conlleve forzosamente rechazo, su réplica negativa no tiene por qué conllevar una exclusión de lo que él niega; no puede, pues, el relevantista darse de bruces con un enunciado que resulte por principio del todo incompatible con su propia teoría, ni decir nada que zanje el sentido de tal teoría expresando la incompatibilidad total entre ella y lo que a ella debiera oponerse totalmente. Los relevantistas replican que una teoría puede ser informativa aunque no excluya a nada, pero tal réplica es inconvincente, pues ya no se entiende qué sería en ese caso la informatividad vehiculada. Lo que sí es cierto es que la informatividad es relativa, y que una teoría podría ser verdadera sin ser informativa. Pero en el caso que nos ocupa, el de la propia posición a que se ve abocado el relevantista por su carencia de negación fuerte, la ininformatividad sería absoluta y definitiva con el agravante de que la teoría que así resulta totalmente ininformativa no es nada evidente, sino algo de lo más controvertible y que, naturalmente, sus propios adeptos tienen que considerar, y de hecho consideran, como controvertible, pues, de no, darían por sentada su incontrovertible verdad y no se esforzarían por argüir a favor de ella. El argumento que estoy ahora presentando no es tan sólo *ad hominem*, sino transcendental: es condición de posibilidad de la actividad teorética e intelectual -con publicaciones, congresos, enseñanza, discusiones y todo eso- el que las teorías que se profesan no sean incontrovertibles, sino informativas.

De que el relevantista carezca, en su vocabulario, de una negación que excluya por completo, que sea un 'no' total, un 'totalmente no', derívase también que no puede ni siquiera presentar su propia teoría en su pleno detalle. En efecto: el relevantista tiene que decir que en su teoría hay oraciones que son teoremas y otras que no lo son -sólo así se tendrá que la teoría no es delicuescente-; pero su 'no', por ser negación simple y nunca fuerte -que no la hay en su sistema-, no excluye el que también esas oraciones sean teoremas de su teoría. Así pues, el relevantista no puede enunciar la coherencia o falta total de delicuescencia de su teoría. Ni puede señalar la diferencia que debe empero tener que señalar entre oraciones *sólo* verdaderas y oraciones a la vez verdaderas y falsas -y, a menos que lo haga, se tendrá en su sistema que cada negación de un teorema será también un teorema, con lo que el sistema resultaría *negacionalmente saturado*, resultado que no lo hace delicuescente pero que presenta graves inconvenientes, como es obvio-; porque el 'sólo' que normalmente se profiere contiene un functor de negación fuerte: "sólo x es tal que p" equivale a "x es tal que p y cualquier ente, z, diferente de x es tal que es totalmente falso que $p[x/z]$"; en cambio, la definición del 'sólo' de un relevantista no contendrá negación fuerte, pues el relevantista no acepta -ni, mientras siga siendo relevantista, puede aceptar- que exista o deba existir cosa tal; mas entonces su '<u>sólo</u>' no excluye aquello que, en principio, estaría <u>llamado</u> a excluir porque no excluirá ni rechazará nada ('sólo tengo un abrigo' no excluirá, pues, en la acepción relevantista de 'sólo', que tenga yo siete abrigos).

Sección 9.- <u>Ventajas e inconvenientes del enfoque de da Costa</u>

Si bien adolece de esos defectos la lógica relevante, presenta empero frente a la de da Costa la ventaja de que tiene un functor de equivalencia, 'I', definible así:"pIq" equivale a "p→q..q→p". Ese signo de equivalencia es tal que vale la siguiente regla de deducción: pIq ⊢rIs, si "s" no difiere de "r" más que en el reemplazamiento de algunas de las ocurrencias de "p" que haya en "r" por sendas ocurrencias de "q". En el sistema de da Costa no puede definirse ningún functor de equivalencia; lo que significa que no puede ni siquiera decirse que un hecho se equivale a sí mismo. Muestra eso lo expresivamente poco potente que es el sistema de da Costa al que está faltando un functor de implicación 'D' para el que valga el principio de contraposición para la negación simple, o sea: pD∿qD.qD∿p así como p.qD.q.p, p.qDp, p.qDq y pDqC.pCq, entre otros esquemas. Parece anodina e inofensiva, y de lo más plausible, una extensión del sistema C_1 que incluyera ese functor implicativo, 'D', con esos axiomas. Pero sería desastrosa: tendríamos: p.∿pD∿pD.pD∿(p.∿p), en virtud de contraposición; de donde, en virtud de los otros principios y de la regla del MP, resultaría p.∿p ⊢∿(p.∿p). Pero entonces el sistema deja de ser paraconsistente, porque, por adjunción, se tendrá: p.∿p ⊢p.∿p.∿(p.∿p), y la conclusión hace delicuescente, a tenor de la propia lógica C_1, a la teoría en que aparezca. Por ende derivaríamos la regla de deducción: p , ∿p ⊢q (la regla de Escoto). Para evitar ese resultado podríamos intentar reemplazar pD∿qD.qD∿p por ∿pDqD.∿qDp. Pero entonces seguiremos sin poder definir en C_1 un functor de equivalencia con la característica señalada, e.e. un functor 'I' tal que pIq ⊢...p---I...q---. Podría intentarse entonces una tercera versión: pDqD.∿qD∿p; mas también así dejaría el sistema de ser paraconsistente, pues se tendría: p.∿pDpD.∿pD∿(p.∿p); de donde se derivaría la regla de deducción: p.∿p ⊢∿(p.∿p) con su consecuencia desastrosa: p , ∿p ⊢q. No hay, pues, solución alguna.

Naturalmente esa ventaja que posee la lógica relevante frente a la de da Costa es compartida por la lógica transitiva, *Aj*, pues también ésta posee una congruencia o equivalencia, que es el propio functor equivalencial 'I'.

La dificultad mencionada respecto de la lógica de da Costa no es baladí, ni estriba únicamente en la ausencia de un functor útil por demás. Radica antes bien, como lo hemos probado, en la imposibilidad de introducir tal functor de modo que la equivalencia entre dos oraciones entrañe la de sus respectivas negaciones (pues para cuando sólo están involucrados los otros functores de la lógica de da Costa no surge problema alguno). Nunca podrá, pues, decirse en la lógica de da Costa algo que obviamente sí debiera de poder decirse: que determinados dos hechos son equivalentes y, por ende, indiscernibles en todos los contextos -contemplados por la teoría en que se diga eso-; o, si esa teoría es suficientemente fuerte, que esos "dos" presuntos hechos son en verdad un solo y mismo hecho. Aunque nuestro argumento ha probado tan sólo la no introducibilidad de 'I' a partir de un functor añadido de implicación 'D', tampoco podría introducirse 'I' directamente como primitivo, pues debiera entonces de poder definirse 'D' así: "pDq" abrevia a "p.qIp", con las características ya señaladas; y es la imposibilidad de que exista tal implicación 'D' en C_1 -a menos que el sistema deje por completo de ser paraconsistente- lo que hemos probado. (Lo mismo que acabamos de probar utilizando técnicas de teoría de pruebas ha sido también probado, utilizando procedimientos algebraicos, por Chris Mortensen en (M:02).)

A través de esa dificultad asoma otra colosal: ¿cómo definir la identidad en una extensión del sistema de da Costa? ¿Cómo dar una definición de identidad que asegure y garantice sustituibilidad mutua sin restricciones entre diversas expresiones que denoten a la cosa cuya identidad consigo misma esté siendo significada? ¡No hay cómo, sencillamente! (Salvo postular un esquema axiomático en tal sentido.)

Esa imposibilidad de introducir en el sistema de da Costa un functor de implicación se debe al fallo en ese sistema (para la negación simple) de la contraposición y de las leyes de De Morgan. La contraposición debe, efectivamente, fallar con respecto al mero condicional 'C' y a la negación simple, si es que el sistema ha de ser paraconsistente (si valiera como teorema "pCqC.NqCNp", se deduciría de ahí -en virtud de otros teoremas válidos con respecto a un condicional como 'C', con todas las características del clásico- el esquema "p.NpCq", o sea el principio de Escoto, que hace delicuescente a cualquier teoría contradictorial). Ahora bien, en la lógica de da Costa no puede haber -ya lo hemos visto- otro functor de implicación para el que sí valga la contraposición y ello en virtud de la definición que en el sistema de da Costa se da de la negación fuerte: si valiera la contraposición para algún functor implicacional, la negación simple se convertiría en fuerte, y el sistema dejaría de ser paraconsistente. Tampoco pueden valer en el sistema de da Costa (todas) las leyes de De Morgan: en par ticular no puede extenderse ese sistema añadiéndole como esquema axiomático "∿p+∿qC∿(p.q)"; no puede hacerse, claro, sin que el resultado sea un sistema superconsistente. Pues, en efecto, como el tercio excluso, "p+∿p", es teoremático en ese sistema, tendríamos entonces el par de teoremas "∿p+∿∿p" y "∿p+∿∿pC∿(p.∿p)"; por MP deduciríamos el principio de no contradicción, "∿(p.∿p)" y, por ende, toda negación simple se transformaría en fuerte.

Otra objeción no menos devastadora que cabe dirigir al sistema de da Costa es que no es satisfactorio el sentido de su negación fuerte. De hecho es un functor tajante, pero no lo es porque el sentido vehiculado por su lectura en lengua natural claramente muestre que lo es y tiene que serlo, sino únicamente porque así lo dispone la axiomática costiana -y la semántica formal propuesta para que resulten válidos los teoremas de ese sistema-. En efecto: al transcribirse en notación primitiva, la negación fuerte de da Costa, '—', se lee -véamoslo con una instancia- como sigue: '—(le gustan a Elpidio las habas)': 'No le gustan a Elpidio las habas y no sucede que le gusten y no le gusten'.

Como no sea porque, o mientras, así se estatuya o estipule, no se ve ahí ninguna expresión de tajante o rotunda o inmatizable negativa; si el 'no', por sí solo, puede ser matizable o compatible -hasta cierto punto por lo menos, añadiría yo- con el 'sí', no se ve por qué el mero prefijar ese 'no' de suyo inocente y contemporizador a una antinomia de la forma "p y no-p" convierte al primer 'no' -o al 'no' que, prefijado a "p", constituya la oración que se conyunte con "no: p y no-p"- en un 'no' total y absolutamente rotundo. ¿Puede decirse en el sistema de da Costa algo inaceptable por un contradictorialista que acepte, a la vez, que el mundo es contradictorio y que, no obstante, también es no contradictorio -e.e. que también es verdad, para cualquier "p": "no: p y no-p"? No veo cómo podría decirse algo así en el sistema de da Costa, salvo utilizando el functor condicional -pues en la lógica de da Costa se tiene el entrañamiento teoremático siguiente:
"p.∿p.∿(p.∿p)Cq": el que una contradicción y su negación sucedan, ambas, a la vez entraña cualquier cosa. En virtud de la axiomática costiana, decir que la realidad es y no es contradictoria es hacer una afirmación trivializante (conducente a la delicuescencia); pero ¿cómo se dirá eso en el sistema de da Costa de manera general y no sólo con respecto a una apódosis particular, arbitrariamente tomada, "q"? ¿Cómo se negará, con una negación total y sin paliativo posible, aquella tesis que se trata de rechazar? Conyuntando la negación simple de esa tesis con la negación de la conyunción entre esa tesis y la negación de la misma; así se dirá en el sistema -y ese esquema es teoremático en la ló-

gica de da Costa: $—(p.\sim p.\sim(p.\sim p))$. El functor '—' quiere ser negación fuerte; pero al transcribirlo a notación primitiva no suena a fuerte, porque, una vez transcrita a notación primitiva, puede esa fórmula ser aceptada como verdadera por el contradictorialista que acepte la verdad del principio de no-contradicción. La negación '—' será fuerte *en* el sistema de da Costa porque así lo quieren los postulados de éste; pero carece de una lectura en lengua natural que indique que se trata de negación fuerte (y el introducir una lectura como 'es totalmente falso que' o 'no sucede en absoluto que' introduciría en el sistema costiano la noción de grados de falsedad, o de grados de negación por lo menos, noción completamente ajena a dicho sistema); por eso no tiene tal negación dizque fuerte de da Costa -tomándola al pie de la letra y con prescindencia de esos postulados- por qué parecerle negación fuerte a un contradictorialista de otra escuela, a un contradictorialista que acepte -como lo hacen el enfoque transitivista y el relevantista de Routley- que, si bien hay contradicciones verdaderas, toda contradicción es, sin embargo, falsa (o sea: toda contradicción es falsa pero hay algunas contradicciones que son, además, verdaderas, *verdaderas y falsas*).

El sistema transitivista escapa a esa dificultad, porque en él la negación fuerte dice lo que se espera que diga: que es *totalmente* falso aquello que, con ella, se niega; pues se obtiene esa negación prefijando a la negación simple el functor primitivo de superafirmación, 'H': 'Es totalmente cierto (verdadero) que'. Sean, pues, cuales fueren los postulados que se impongan a esa negación, el sentido está claro.

Así pues, en la discusión con el pensador dignoscitivo, anticontradictorialista, o en la determinación de aquello que viene *rechazado* (y no meramente negado) al postularse la tesis contradictorialista de que hay contradicciones verdaderas -de que la realidad es, pues, contradictoria, con respecto a determinados estados de cosas-, el relevantista, como lo vimos en la Sección anterior, se ve en el mayor aprieto: no puede decir nada que exprese tajantemente su rechazo de cosa alguna dicha por el anticontradictorialista, ni puede él mismo decir cosa alguna que indique o entrañe -en virtud de su propio sistema- el rechazo de otra tesis (su rechazo es indecible dentro de su teoría). Un contradictorialista costiano puede habérselas más ventajosamente con esa doble tarea: puede hacer lo uno y lo otro con su negación "fuerte", pero esa negación no suena a fuerte ni lo es salvo por el *fiat* postulativo de la axiomática costiana. (Además, y para poder disponer de *esa* negación "fuerte", el sistema de da Costa vese obligado a debilitar excesivamente la negación simple, haciendo que prácticamen te no niegue, y a renunciar a la incluibilidad en el sistema de un functor de equivalencia.) Por último, el sistema transitivo tiene una genuina y rotunda negación fuerte, de manera que puede hacer exitosamente frente a la doble tarea señalada y, por añadidura, lo hace sin verse abocado a la debilidad del sistema de da Costa (en la lógica transitiva valen sin restricciones para cualquier negación '$\sim$' -sea la simple 'N', sea la fuerte 'F'- los principios de De Morgan ($\sim(p.q)I.\sim p+\sim q$ y $\sim(p+q)I.\sim p.\sim q$), de no-contradicción ($\sim(p.\sim p)$) y de tercio excluso ($p+\sim p$); valiendo, además, para la negación simple el de involutividad ($pINNp$) -para la fuerte vale el sucedáneo siguiente: $p\equiv FFp$, donde '$\equiv$', que es el bicondicional y se lee 'si y sólo si' liga menos estrechamente que la equivalencia 'I', en el sentido de que vale el esquema "$pIqC.p\equiv q$" mas no el recíproco; y valiendo, por último, para la negación fuerte el silogismo disyuntivo: $p+q$, $Fq \vdash p$).

Un último reparo, muy importante, que cabe oponer a la lógica de da Costa es el excesivo costo de un gran número de símbolos primitivos para una cosecha un poquillo parca. En efecto: en ese sistema no pueden por menos de introducirse como primitivos los cuatro functores '$\sim$', '.', '+' y 'C'; y, sin embargo, con la problemática excepción de que el '$\sim$' de da Costa tenga una lectura diferente de la negación fuerte, definida, '—', y que ésta represente o traduzca a la negación clásica, no hay en el sistema de da Costa ningún poder expresivo adicional con respecto al de la lógica sentencial clásica, que se puede axiomatizar tomando un sólo símbolo primitivo, '$\downarrow$' de negación conjunta (o también a partir del único símbolo primitivo '/' de negación alternativa). Dicho de otro modo: ese paso de un único símbolo irreduciblemente primitivo a cuatro signos irreduciblemente primitivos no permite, en el caso de la lógica costiana, ningún avance en el tratamiento lógico de otras palabras que no se tenían en cuenta en la lógica clásica: no hay en la lógica costiana -ni tampoco en la relevantista, pero por lo menos en ésta el número de functores irreduciblemente primitivos es sólo dos- ninguna expresión de matiz veritativo, ningún functor del tipo 'más o menos', 'bastante', 'un tanto', etc. En cambio en el sistema transitivo puédense introducir definicionalmente <u>infinidad</u> de tales functores demostrablemente no equivalentes entre sí. El asunto no es baladí, ni se trata únicamente de una cuestión de rentabilidad (aun cuando también esta consideración es epistemológicamente legítima, habida cuenta, sobre todo, de que -como lo vamos a ver en la sección siguiente- un reproche que más de una vez se ha dirigido contra la lógica transitiva es su excesivo número de functores primitivos y, en general, su complejidad notablemente mayor que la de los demás sistemas de lógica sentencial construidos hasta el día de hoy). Más allá de esa cuestión de rentabilidad, asoma el problema, mucho más serio, de si la lógica que uno erige sirve para uno de los propósitos centrales -el más valioso de todos, a mi juicio- a que en principio apunta el movimiento constructor de lógicas paraconsistentes: el tratamiento de lo gradual, de lo difuso, de los conjuntos con demarcaciones gruesas o espesas. Si vamos a los clásicos del pensamiento contradictorial, veremos figurar en su pensamiento esa temática de los grados de verdad y posesión de una propiedad. Y, en nuestro tiempo, ha sido, por lo menos en lo que respecta al autor de este estudio, motivo principal para la búsqueda de un camino paraconsistente la necesidad de elaborar una lógica de lo difuso que estuviera exenta de los defectos de que adolecen los enfoques basados en las lógicas Łukasiewiczianas y otras de la misma laya (como: la pérdida del principio de tercio excluso; la invencible ω-superinconsistencia de algunas extensiones conservativas de esas lógicas; el sacrificio de muchos principios útiles y -para mí- de lo más evidentes, como el de abducción, "pDNpDNp"; el sacrificio de la parte positiva de la lógica clásica -cuando, en verdad, un tratamiento de lo difuso sólo parece deber entrar en colisión con la lógica clásica, y aun eso tan sólo bajo una lectura de ésta última, cuando están de por medio la implicación o la negación-; y, sobre todo, que, con respecto a las situaciones difusas, esas lógicas nos condenan al silencio, a no poder decir ni que tienen lugar ni que no tienen lugar, ni que tienen y no tienen, ni que ni tienen ni dejan de tener -mientras que lo natural es decir <u>todas</u> esas cosas). Ahora bien, no parece valioso un tratamiento de lo gradual que no permita, justamente, introducir expresiones de matiz veritativo, functores de graduación múltiples y variados. Y sólo el sistema transitivo, de entre las lógicas paraconsistentes, posee tal característica.

Sin esos functores de matiz alético no valdrá gran cosa un tratamiento lógico gradualista-contradictorial de los comparativos, p.ej. (y no conozco ninguna otra lógica de los comparativos que tenga visos de plausibilidad o que comporte ventajas epistemológicas sobre el enfoque transitivista); ni se ve tampoco cómo podría articularse un convincente tratamiento contradictorial del movimiento y del cambio -a menos que entre el punto de arranque y el de llegada se postule una franja indiferenciada y sin grados a lo largo de toda la cual el cuerpo que sufre el movimiento o cambio está y, por doquier en la misma medida, no está en ambos extremos, lo cual, lejos de ser plausible, semeja una caricatura que, malévolamente, pudiera hacer del enfoque contradictorial un adepto de los añejos -yo creo que rancios- remedios aristotélicos o clasicistas.

Sección 10.- Otras particularidades de la lógica transitiva

No me es posible, dentro de los límites de este artículo, exponer todas las particularidades de la lógica *Aj* y los demás sistemas de la familia *A*, particularidades que los sitúan en un lugar aparte no ya dentro del movimiento de la lógica paraconsistente, sino en general respecto de los demás sistemas de lógica hasta ahora elaborados. Voy, con todo, a señalar algunos de esos rasgos.

En primer lugar, los sistemas de lógica transitiva son -como lo apuntábamos al final de la sección precedente- sistemas gradualísticos, lógicas de lo difuso, entendido, no en un sentido de indeterminación óntica, ni como incertidumbre o indecibilidad. Ni la reducción subjetivística de lo difuso a una relación de lo real con nuestras aptitudes cognoscitivas ni tampoco la postulación de una indeterminación óntica que vería a la realidad como asaeteada y agujereada, con huecos verivalentes correspondientes a determinados hechos -estaría vacía, por entero, de esos hechos y también de sus negaciones-. (No voy a criticar aquí la confusión entre difusidad e incertidumbre, que ya he estudiado en otros lugares, p.ej. en (P:16).) La dificultad principal que encierra la tesis de indeterminación óntica, o su versión alternativa, que es la de que hay huecos verivalentes, es que está abocada a una situación irracional de inefabilidad. Porque no puede el propugnador de semejante indeterminación, puesto en presencia de una de tales supuestas situaciones, decir que ni se da ni deja de darse, o que ni se da ella ni se da su negación. Podría decirlo únicamente si él mismo renunciara, en su propio discurso, a los principios que rigen la negación, como involutividad, o algo por lo menos que se aproxime a la involutividad, y De Morgan; pues, de no renunciar a ello, su propia afirmación equivaldría a decir que se dan ambas situaciones, la positiva y la negativa. Claro está, el indeterminacionista alegará que, aunque frente a una situación así no hay nada que decir -ni que se da ni que no se da ni que se da ni deja de darse ni que se da y no se da-, sin embargo sí puede decirse que hay uno u otro caso así. Mas tampoco eso se defiende; porque ese "así" ¿qué está indicando? El de casos ¿cómo? ¿Que ni se dan ni dejan de darse? Reaparecen las mismas dificultades. Así pues, tenemos un argumento transcendental en contra del indeterminacionismo: si éste es verdadero, no puede decirse esa verdad más que negando lo que quiere decirse; y aquello que se niega es -si el enunciado con el que se lo niega es verdadero en algún grado- falso, falso por lo menos hasta cierto punto. Luego, por propia confesión del indeterminacionista más las inferencias que de ella se desprenden, es por lo menos hasta cierto punto verdad que la realidad no es indeterminada; de donde resulta que la realidad es determinada, o sea: que siempre es verdadera la disyunción entre un hecho o situación cualquiera y su negación. Frente a ese erróneo enfoque indeterminacionista, en *Aj* es tratado lo difuso como lo gradual, como lo que se da por grados, llegando los grados a una infinidad en ciertas propiedades difusas. Por ser esencialmente infinivalente, el sistema *Aj* no sólo no tiene ninguna semántica verifuncional característica finita, sino que no es satisfacible por ningún modelo finito; y se demuestra, en un teorema metalógico, sintáctico, que en *Aj* se aseveran, como teoremas, las verdades de infinitos hechos, demostrándose de cualesquiera dos de entre ellos que de ningún modo son equivalentes entre sí. Además, la vinculación entre contradictorialidad y gradualidad es, en *Aj*, llevada al punto de identidad: un hecho es verdadero en la medida en que no es verdadera su negación y una contradicción o antinomia es verdadera en la medida en que sean verdaderos ambos conyuntos; por lo cual cuanto más contradictorio es un enunciado -cuanto mayor es su falsedad proporcionalmente a su verdad- más falsa es la antinómica conyunción entre él y su negación.

Otro rasgo característico de *Aj* y demás sistemas de lógica transitiva es que en ellos se tienen dos functores condicionales diversos: el mero condicional, que tiene la propiedad del mero condicional clásico (el <u>entrañamiento</u>) y la implicación, que es más fuerte en el sentido de que, si pDq (si es implicado el hecho de que q por el de que p), entonces es verdad también que pCq (que, si p, entonces es que q, o sea: que p entraña a q); pero la implicación es más débil en otro sentido: muchos teoremas que valen para 'C' no valen para 'D' -si bien también sucede lo inverso con otros teoremas-; y toda autoimplicación es tan verdadera como falsa, siendo así la autoequivalencia -que (en virtud de la idempotencia de la conyunción, o sea la validez de "p.pIp", así como del hecho de que la implicación "pDq" equivale a "p.qIp") no es sino autoimplicación- el punto de equidistancia entre verdad total y total falsedad; y cualquier autoequivalencia o autoimplicación equivale a cualquier otra, no pudiendo además una equivalencia sino ser o totalmente falsa o tan falsa como verdadera. Resumiendo alguna de las razones para articular el sistema de manera que así suceda, cabe decir que sólo de ese modo se logra que, sucediendo como sucede que hay hechos tan verdaderos como falsos, sea teoremático el principio implicacional de contraejemplo (pDqDN(p.Nq): el que p implique que q implica que no se da el caso de que sea verdad que p y falso que q), junto con el de que sea lo más verdadera posible cada autoequivalencia o autoimplicación. (Sobre este motivo y otros emparentados, cf. (P:12).) Otro motivo es el hacer válidos el esquema implicacional llamado <u>de Aristóteles</u> (pDqDN(pDNq)) y su corolario, el <u>de Boecio</u>

(N(pDNp)), que han sido defendidos en una corriente de la lógica heterodoxa actual afín al relevantismo -la lógica conexivista-. (Sobre esos principios y sobre el conexivismo en general, vide (A:02).) Una lógica con esa característica será llamada heraclítea; filosóficamente puede defenderse el heracliteísmo señalando que la equivalencia es una relación y que cada relación supone alteridad entre los entes relacionados, de suerte que, para que haya autoequivalencia, debe haber autoalteridad: la autoequivalencia presupone, pues, en alguna medida, su propia negación. (Cabe aquí remitir a (P:12).)

De resultas de la característica anterior tenemos que la lógica transitiva es no sólo paraconsistente, sino contradictorial. Y es la única lógica hasta ahora que sea así, que contenga antinomias o contradicciones en las que sólo figuren functores y letras esquemáticas (o variables sentenciales, si el sistema es expuesto por medio de las mismas en lugar de letras esquemáticas). La divergencia entre adoptar una lógica meramente paraconsistente y adoptar una lógica contradictorial es que en el primer caso se considera que la contradicción no es forzosamente absurda, mientras que en el segundo se considera, además, que de hecho hay y tiene que haber contradicciones verdaderas.

Una tercera peculiaridad del sistema de lógica transitiva *Aj* es que contiene un functor de cuasi-aserción, 'm', que se lee 'viene a ser verdad que' tal que se tienen como esquemas teoremáticos: pDmp y pDq.(qDmp)C.pIq+.qImp+.NpImNq el primero dice que cada hecho es a lo sumo tan verdadero o real como su venir a ser verdadero; el segundo dice que, si algo se interpone entre un hecho y el venir a ser verdadero este hecho -en el sentido de que el hecho es a lo sumo tan verdadero o real como ese algo y que ese algo es, a su vez, a lo sumo tan verdadero o real como el venir a ser verdadero el hecho-, entonces es que o ese algo es equivalente al hecho en cuestión o lo es al venir a ser verdadero dicho hecho, o, si no, la negación del hecho es el venir a ser falso el algo en cuestión. Similarmente, y abreviando 'NmN' como 'n' (que se lee 'Es superverdadero que') tenemos resultados similares, pero dualmente opuestos, con respecto a este functor 'n': npDp y npDq.(qDp)C.npIq+.qIp+. pImq. Todo ello nos revela una estructura de lo real a la que podemos llamar pseudoatómica -en un sentido tomado de la terminología propia del álgebra universal que no tiene nada que ver con otras acepciones de 'atomicidad' y temas afines-: un hecho ordinario está tocando -en la jerarquía ascendente que escalona los hechos por sus grados de verdad o realidad- por abajo con su umbral inferior, que es su ser superverdadero, y por arriba con su umbral superior, que es su venir a ser verdadero. Así se asegura que toda franja, toda transición o estado transitorio en el que se entrecruzan dos determinaciones o estados opuestos que se dan puros -si es que se dan- a sendos lados de la franja o transición, tiene un comienzo y un final, y así se asegura que a cada hecho le corresponde un umbral, o transición inmediata, superior, y otro umbral, o transición inmediata, inferior, o sea: que también hay una transición entre el estado previo (o posterior) a la transición y la transición misma. (Todo eso es lo que hace que a este sistema se lo denomine, por esta serie de rasgos particularmente característicos, lógica transitiva). Por último, gracias a la existencia de este functor 'm' se tiene en *Aj* la constante sentencial 'a' (aunque puédese también -y así lo he solido hacer- presentar *Aj* de manera que 'a' sea símbolo primitivo en tanto que 'm' sea símbolo definido); y 'a' denota al grado ínfimo de verdad o realidad, a la transición o el umbral ínfimo de la realidad, por debajo del cual no hay ya nada -salvo si postulamos el pseudovalor cero, que es lo totalmente falso o irreal, postulación que es un artificio para simplificar la exposición de la teoría semántica correspondiente-. Gracias al reconocimiento de ese grado ínfimo de verdad o realidad evítase que *Aj* esté afectado por un grave defecto que aqueja a los otros sistemas de lógica infinivalente: que tienen extensiones que resultan ser invenciblemente ω-superinconsistentes -o sea tales que, si se les añadiera la regla ω, resultarían delicuescentes- sin que ello sea consecuencia de un escaso poder expresivo de esas extensiones, e.e. sin que se deba a escasez de expresiones. ¡Aclaremos esto! La regla ω es la que, de un número indeterminado -y que puede ser infinito- de premisas de la forma $p|\overline{x/x^1}|$, $p|\overline{x/x^2}|$, ... permite extraer la conclusión "Todo ente, x, es tal que p" con tal de que se tenga la premisa suplementaria de que x^1, x^2, ... son todas las constantes individuales de la lengua en que esté expresada la teoría. Si la regla ω es de poca utilidad práctica es por limitación de la capacidad deductiva humana -impracticabilidad de deducciones a partir de premisas en número infinito-, mas de suyo la regla tiene que ser correcta para un lenguaje suficientemente rico: si de cada ente por separado es verdad algo, ese algo no puede dejar por completo de ser verdad cuando se "ponen juntos" todos los entes por medio del cuantificador universal, ya que éste no añade ni modifica nada, sino que tan sólo aúna y junta a los entes; si, al colocarse el cuantificador, se tiene falsedad total, la falsedad tenía que estar ya ahí, en las premisas -a menos, claro, que el lenguaje de la teoría no sea lo suficientemente rico como para poder hablar de todos y de cada uno de los entes-. En todo caso un sistema no debe tener ninguna barrera que le impida progresar y expandirse; y, si es ω-superinconsistente, y lo es por una razón que no sea justamente su escasez de recursos expresivos, entonces sí estará sufriendo esa limitación o barrera y ya, aunque se expandiera hasta alcanzar ese poder expresivo máximo, aun así no se eliminaría la ω-superinconsistencia. Y esta última hará aparecer una falsedad total del mero poner juntas verdades en número infinito. Digamos, pues, que un sistema es invenciblemente ω-superinconsistente si toda extensión recia del mismo (toda extensión que conserve las reglas de deducción del sistema) es ω-superinconsistente. Entonces lo que hay que recalcar es que *Aj* es el único de los sistemas de lógica infinivalentes que se han construido hasta ahora que carece de extensiones recias invenciblemente ω-superinconsistentes. La ω-superinconsistencia surge de que en los cálculos infinivalentes (como los de Łukasiewicz,p. ej.) el valor de verdad que es el ínfimo del conjunto de los valores de verdad positivos -e.e. aquel valor de verdad que es el mayor de entre los que son iguales o menores que cada valor positivo- no es un valor de verdad positivo, sino que es 0. Pero al cuantificador universal débele corresponder el ínfimo del conjunto de los valores de verdad que tomen los diversos casos englobados por la afirmación universalmente cuantificada (p.ej. la cuantificación universal de 'tiene hambre', e.e. la oración 'Todo ente tiene hambre' engloba los casos 'Celedonio tiene hambre', 'la Puerta del Sol tiene hambre', 'Rockefeller tiene hambre', ...etc.). Sea, entonces, una fórmula con ocurrencias libres de 'x', "p"; y supongamos que cada ente z es tal que "p|x/z|" es verdad (es verdadero el resultado de reemplazar, en "p", las ocurrencias libres de 'x' por sendas ocurrencias libres de una expresión que nombre a z), pero que hay una escala descendente de esos resultados reemplazativos, la cual tiende a 0 sin alcanzarlo. En una lógica infinivalente usual se tendrá que el valor de verdad de "Todo ente, x, es tal que p" será 0, o sea esa oración cuantificada será totalmente falsa. Empleando nuevamente terminología algebraica se dirá que *Aj* es un sistema atómico, en el sentido de que entre la falsedad total y cualquier grado de verdad diferente del infinitesimal se interpone ese grado ínfimo, infinitesimal, de verdad o existencia; o sea: en *Aj* se reconoce un grado de verdad que, siendo positivo, es menor que los demás grados de verdad (positivos). La particularidad que acabamos de considerar de la lógica transitiva demarca a ésta más bien frente a sistemas de lógica infinivalente que puede que no sean -y generalmente no son- paraconsistentes que frente a sistemas paraconsistentes como el de da Costa o el relevantista. Pero es que, justamente, es marchamo de la lógica transitiva, en el campo de las lógicas paraconsistentes, su naturaleza infinivalente, no en el sentido de que las demás lógicas paraconsistentes carezcan de modelos infinivalentes característicos, sino en el de que ni han sido diseñadas para captar una infinidad de matices y grados de verdad, como lo ha sido *Aj*, ni responden a la idea intuitiva de gradualidad, ni son semánticas infinivalentes las que parecen más naturales para ellos -de hecho hasta el presente no ha sido propuesta una semántica infinivalente para ninguno de esos sistemas.

Otro rasgo peculiar de la lógica transitiva es que, además de la conyunción estándar, del mero 'y' (en notación simbólica '.'), tiene una superconyunción '^', que se lee 'no sólo... sino (que) también' que se diferencia de la conyunción estándar sobre todo en no ser idempotente (en general no coinciden los valores de verdad de "p" y de "p^p": es ésta una conyunción de insistencia que transforma lo dicho en algo menos verdadero, a no ser que lo dicho fuera o infinitamente verdadero o infinitamente falso) y en que la disyunción no es estrictamente distributiva sobre ella ("p^q+r" puede ser más verdadero que "p+r^.q+r": formule le lector instancias de estos esquemas y lo comprenderá -siendo '+' la disyunción 'o'-). Vale la pena, para justificar la introducción de tal functor en nuestro sistema de lógica, entregarse a una digresión metodológica. Los adeptos de un principio de tacañería conceptual -a tenor del cual los instrumentos conceptuales no deben multiplicarse más allá de lo más estrictamente indispensable- ponen mala cara ante esta proliferación de símbolos primitivos del cálculo sentencial, habituados como están al parco haber de la lógica clásica -e incluso de las otras lógicas paraconsistentes-. Frente a ese principio, el autor de este estudio profesa otro de ahorro razonable, que podría formularse diciendo que no deben multiplicarse tales instrumentos más allá de lo que resulte conveniente para alcanzar, con el mayor rendimiento posible, una meta epistemológicamente deseable. Y, así entendida la economía conceptual, no nos lleva ésta a reducir a toda costa a un mínimo estricto el número de functores primitivos.

Con todo, es posible también que el sentido de la objeción que a menudo se dirige contra los sistemas de lógica transitiva constituya un reproche, no por el número de símbolos primitivos -que no son sino seis, en la presentación más sencilla del sistema-, sino por el carácter no estándar de tales símbolos, o sea: porque son símbolos que no suelen ser considerados en otras lógicas. El reproche es fundado en la medida en que, efectivamente, alguno de tales signos nunca antes había sido introducido -tal es el caso de 'm'-. No es en cambio exacto que la superconyunción '^' constituya una radical novedad, ya que ese functor ha sido ya estudiado en otros tratamientos de la lógica de lo difuso (sólo que son tratamientos no axiomatizados y que se han cultivado en medios no pertenecientes a los círculos de lógicos profesionales, sino más bien que abarcan a ingenieros electrónicos y matemáticos con intereses más algebraicos o bien referentes a la articulación de un mero instrumental manejable en otras disciplinas que conectados con el estudio de cuestiones puramente lógicas como son las que constituyen la temática de teoría de pruebas y teoría de modelos). Y otros functores del sistema de lógica transitiva, como 'H' y 'B' han sido incluidos en otros sistemas de lógica multivalente previamente bien conocidos. Lo que sucede es que -exceptuado justamente el enfoque transitivista- el movimiento de lógica paraconsistente ha guardado pocos contactos y ha compartido pocos intereses con el de las lógicas multivalentes, y tanto la orientación de da Costa como la de Routley se han nutrido más bien con la consideración de lógicas no clásicas que de ninguna manera trataban de articular la noción de grados de verdad ni nada por el estilo.

Tras las consideraciones metodológicas que preceden, veamos ya cuáles son los servicios que presta el functor '^'. En primer lugar, permite, junto con la constante 'a', cuando ésta es primitiva, y la negación simple 'N', definir el functor 'n' así: "np" abrevia a "Na^p", definiéndose luego 'm' como 'NnN'. En segundo lugar, y aun independientemente de tal uso definicional, se logra tener la equivalencia "npI.p^n1" donde también se tiene el teorema 'n1INa'. De ese modo el ser superverdadero de un hecho es la superconyunción de ese hecho con el umbral o transición inferior de la Verdad total -umbral que es n1, que por el teorema indicado resulta ser lo infinitesimalmente falso, e.e. lo menos falso de lo falso-. Otro servicio que presta la superconyunción '^' es el de representar en notación simbólica locuciones de la lengua natural (como 'no sólo... sino (que) también' y la que parece equivalente 'así como' o el 'et...et' latino, p.ej.) que no resultan obviamente reducibles, por su papel semántico, a la mera conyunción 'y'; por lo menos cabe aducir reparos frente a semejante reducibilidad, basados en que no resulta nada evidente que la divergencia entre mero 'y' y el 'no sólo...sino también' sea estilística o pragmática y no semántica, pues, al margen de cuál sea el contexto de elocución, parece haber en ciertos casos una diferencia entre los grados de verdad de "p y q" y de "no sólo p, sino que además q", pareciendo ser el último más bajo por una reacción o interacción entre los grados de verdad respectivos de "p" y de "q", en tanto que "p y q" toma, en cada aspecto de lo real, el grado menor de entre los que en tal aspecto tengan "p" y "q". Claro está que, cuando "p" es totalmente verdadera o totalmente falsa, "p.q" equivale a "p^q".

Un cometido más que cumple el functor '^' es el de permitir la defincíon, junto con otros símbolos, de infinidad de functores que expresen otros tantos matices de verdad. Definimos "Xp" (en palabras: "Es muy cierto que p" -'cierto' en el sentido de 'verdadero', no de 'seguro'-) como abreviando "p^p"; evidentemente pueden y suelen diferir los valores de verdad de "Xp" y de "p" (que Salomé sea muy guapa puede ser menos verdad que el que Salomé sea guapa, a secas); junto con otros functores definidos a partir de otros símbolos primitivos podemos arrancar en una marcha sin fin de introducción de nuevos functores; p.ej., definimos "Pp" como abreviación de "NHN(NpDp).p", significando 'P' lo mismo que 'Es más bien cierto que' (y para que "Pp" sea verdad tiene "p" que ser al menos tan verdadero como falso), con lo cual podemos definir un functor de superlativo 'Es verdaderísimo que' como la concatenación 'PX':'Es más bien cierto que es muy cierto que': 'Damián es saladísimo' abreviará a 'Es más bien cierto que Damián es muy salado'. Claro que hubiéramos podido introducir directamente como primitivo el functor 'X' con el requisito de que el valor de verdad de "Xp" sea (tomando como valores de verdad el intervalo de los hiperreales [0,1] -donde un hiperreal es o un real estándar o bien el resultado de adicionar a, o de restar de, un real estándar el infinitésimo α, que es un infinitésimo cualquiera tomado arbitrariamente, pero, eso sí, con tal de que sea el único infinitésimo que se introduzca-) el cuadrado del de "p". Pero ese procedimiento sería *ad hoc*. Es preferible tener un functor diádico primitivo como '^' al que corresponda la multiplicación de los valores de verdad de "p" y de "q" tomados en el aludido intervalo, y que, por aplicación a dos conyuntos idénticos, dé como resultado un functor monádico definido; no se vería, si no, por qué sí se podría superconyuntar a un hecho consigo mismo para tener el ser muy verdadero de tal hecho sin que, en cambio, se pudiera superconyuntar a un hecho con *otro* hecho. Y, desde luego, por ese procedimiento de tomar como primitivo 'X' y prescindir de '^' se perderían las otras utilidades de '^'.

Un último rasgo distintivo de *Aj* es que es un sistema tensorial y no escalar, lo que quiere decir que se tiene en él un functor monádico primitivo, 'B', tal que: 1º) la deducción p ⊢Bp es válida sin restricciones según *Aj*, pero no vale en general el esquema "Si p, entonces Bp"; 2º) en general no vale la deducción B(p+q) ⊢Bp+Bq; 3º) es teoremática la implicación "BpDp". 'B' se lee 'Es afirmable con verdad que' o 'Es verdad en todos los aspectos que'. La idea intuitiva aquí subyacente es que la verdad comporta no sólo grados sino también diversos aspectos; un mismo hecho puede ser más verdadero en unos aspectos de lo real que en otros; y sólo es afirmable con verdad lo que es verdadero -poco o mucho, eso sí- en todos los aspectos. Cierto es que en ocasiones normales proferimos oraciones que no consideramos verdaderas en todos los aspectos. Pero es que en tales casos -cabe al menos conjeturar plausiblemente- se trata de elipsis, debiendo, en la oración proferida, sobreentenderse un operador elíptico "En el aspecto... de lo re al" -generalmente el aspecto apuntado es lo que podríamos llamar 'el mundo de la experiencia cotidiana'; vide (P:15). La representación semántica de ese functor puede ser o bien mediante un conjunto de "mundos posibles" -modelo de Kripke-, o de tablones semánticos, o finalmente una representación tensorial, tomando a cada valor de verdad tensorial como una secuencia de valores de verdad escalares, rebautizados como <u>componentes aléticos</u> o elementos aléticos. Tomando medidas apropiadas, ambos procedimientos son equivalentes. Sólo que el segundo refleja mejor de qué se trata en el caso que nos ocupa: un enunciado no tiene un único valor de verdad escalar, sino que, en el mundo real y en cualquier aspecto integrante del mismo, posee una infinidad -eso sí en secuencia bien ordenada- de tales valores de verdad, constituyendo esa secuencia su valor de verdad (tensorial). Hacemos corresponder, pues, a un aspecto de lo real, no una única función alética -una función, ϕ, tal que, para cada hecho, p, $\phi(p)$ sea un elemento alético-, sino una secuencia infinita de funciones aléticas. Es por consiguiente preferible adoptar una semántica así, tensorial, que tener que someter a toda una serie de reajustes las otras semánticas, utilizadas para lógicas modales. Es total el paralelismo entre 'B' y el operador de necesidad alética o verdad necesaria de una lógica modal estándar (y, más concretamente, de S5, el más fuerte sistema modal clásico de los llamados <u>normales</u>); con la diferencia de que en esos sistemas modales la regla de deducción p $\vdash$necesariamente p no vale más que sistémicamente (no es, pues, una regla de deducción sino de inferencia de teoremas a partir de otros teoremas, lo que quiere decir que se restringe la regla con la cláusula de que la premisa debe ser un teorema del propio sistema S5), mientras que nuestra regla de deducción p $\vdash$Bp vale sin restricción alguna, lo que significa que nada es afirmable con verdad, a secas, a no ser que sea verdadero en todos los aspectos: el único aspecto no-relativamente privilegiado de lo real es la Realidad misma, que engloba o subsume a todos sus aspectos.

De resultas de este carácter tensorial de *Aj* aparecen otras peculiaridades derivadas, como son: 1ª) el hecho de que *Aj* tiene extensiones conservativas recias que, siendo maximalmente no delicuescentes (siendo tales que, si se les añade como postulado un no teorema, el resultado es una teoría delicuescente), son, sin embargo, <u>no primas</u>, siendo prima una teoría ssi p+q -para cualesquiera "p" y "q"- es un teorema únicamente en el caso de que o bien sea un teorema "p" o bien lo sea "q"; 2ª) postulemos para *Aj* una semántica bivalente no verifuncional por medio de un conjunto de valorizaciones (a diferencia de las valuaciones, las valorizaciones pueden no ser verifuncionales, e.d. puede suceder que del valor de verdad de los enunciados que se tomen como atómicos no se desprenda siempre el de los enunciados moleculares) cuyo dominio de valores sea $\{0,1\}$ (el conjunto de los dos valores de verdad clásicos: lisa y llana Falsedad y lisa y llana Verdad), tomando precauciones con vistas a que todo teorema "p" sea tal que cada valorización v haga corresponder a "p" el valor funcional 1: al postular tal semántica nos toparemos con que la disyunción no sería -en esa semántica- verifuncional, e.d. que podríamos tener para una valorización v y dos fórmulas "p" y "q": $v(p+q)=1$ pero $v(p)=0=v(q)$, aunque para otras fórmulas "r" y "s" se tenga que $v(r)=0=v(s)=v(r+s)$; en esa semántica tampoco la supernegación 'F' sería verifuncional, y en verdad los únicos operadores verifuncionales serían las dos conyunciones '.' y '^' (pues se tendría para cada valorización v que $v(p.q)=v(p\hat{}q)$ y $v(p.q)=1$ ssi $v(p)=1=v(q)$; es dudoso que una semántica así, no verifuncional pero sí bivalente, ofrezca una dilucidación satisfactoria de *Aj*, mientras que ese tipo de semánticas son apropiadas para lógicas como la de da Costa y pueden diseñarse también para el fragmento de lógica relevante que no incluye el functor de entrañamiento relevante (al tratar de incluir a este functor también, la semántica perdería seguramente perspicuidad y dejaría de proporcionar tests de mecánica decidibilidad, a lo que parece). Así pues, *Aj*, entre otras cosas por su carácter tensorial, es un sistema muy reacio a un tratamiento bivalente (no verifuncional, claro) y, en ese sentido, puede considerarse como un sistema intrínsecamente infinivalente.

(Diseñar, para un sistema dado, alguna semántica no forzosamente verifuncional es muy fácil: se define una valorización v como una función que envía fórmulas del sistema sobre $\{0,1\}$ con tal de que, para cada axioma "p", $v(p)=1$ y para cada regla de deducción $p^1,\ldots,p^n \vdash q$, si $v(p^1)=1=v(p^2)=\ldots=v(p^n)$, entonces $v(q)=1$. Pero una semántica así puede no ofrecer ninguna vía de esclarecimiento y, en la práctica, puede no hacer otra cosa que reduplicar la deducción interna de teoremas dentro del sistema con una réplica metalingüística, semántica. Con todo no cabe prejuzgar en este punto, sino que las ventajas de una semántica de valorizaciones bivalentes deben estudiarse y sopesarse con cuidado caso por caso. Lo único que hemos constatado a este respecto es que *Aj* es más reacio a que ese planteamiento semántico se le aplique provechosamente que algunos otros sistemas de lógica paraconsistente.)

Conclusión

A lo largo de este estudio he tratado de mostrar: 1) que vale la pena interesarse por las lógicas paraconsistentes, pues la idea de paraconsistencia, de defendibilidad lógica, racional, de ciertas teorías contradictoriales, tiene profundas raíces y aplicaciones, tanto en la filosofía como en el tratamiento de diferentes problemas en un amplio abanico de disciplinas; 2) que hoy son tres las alternativas principales que se ofrecen en el campo de la lógica paraconsistente; 3) que, de esas tres, una, la lógica relevante de Routley, pese a no pocos aciertos, tiene una vocación y motivación básicas poco relacionadas con la idea de que existen contradicciones verdaderas y de que, por tanto, la negación simple, el mero 'no', no niega de la manera total que le atribuían erróneamente los adeptos de la lógica clásica y de otros enfoques superconsistentes, como la lógica intuicionista; 4) que, además, la lógica relevante comporta un grave defecto, que se resume como un abocarnos a la inefabilidad por la ausencia de negación fuerte; 5) que el enfoque de da Costa, aunque escapa a los inconvenientes del relevantista, posee desventajas serias como la de que su negación simple es demasiado pobre y débil, la de que su negación fuerte no es tal más que por un fiat estipulativo, la de que se ve obligado a renunciar al principio de no-contradicción que, sin embargo, es, además de útil y de portador de no desdeñable evidencia, de suyo compatible con la admisión de contradicciones verdaderas, y, sobre todo, la de que está obligado a carecer de un functor de equivalencia, con las consecuencias graves que de ahí se derivan: 6) por último, que el sistema transitivo evita todas esas dificultades y, además, posee ventajas ligadas a un enorme poder expresivo que lo capacitan, como a ningún otro sistema, para representar la complejidad y la infinita riqueza de matices tanto del lenguaje natural como de la propia realidad.

En un estudio posterior examinaré con meticulosidad las objeciones que se han dirigido en contra de la lógica paraconsistente y de la defensa de teorías contradictoriales en general, y mostraré cómo el enfoque transitivista sale airoso ante todas esas objeciones -mientras que los otros dos enfoques tienen talones de Aquiles que los hacen vulnerables por una u otra de esas críticas.

Universidad de León

* El presente artículo es la continuación de "Tres enfoques en lógica paraconsistente (I)", aparecido en CONTEXTOS Nº 3. Las referencias bibliográficas a que se remite aquí deben, pues, buscarse al final de dicho artículo. En el mismo figura también una sucinta exposición técnica de los tres sistemas aquí contrastados: el sistema relevante de Routley, DL, el sistema C_1 de da Costa y el sistema de lógica transitiva, Aj, propuesto por el autor.